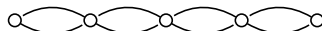


1. (i) Σχεδιάστε έναν πολλαπλό γράφο 5 κορυφών με ακολουθία βαθμών $(4, 4, 4, 2, 2)$. (ii) Υπάρχει γράφος 5 κορυφών με ακολουθία βαθμών $(4, 4, 3, 2, 2)$;

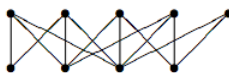
Λύση: (i)



(ii) Δεν υπάρχει γράφος (είτε απλός ή πολλαπλός) 5 κορυφών με ακολουθία βαθμών $(4, 4, 3, 2, 2)$, γιατί το άθροισμα των βαθμών είναι περιττός αριθμός.

2. Σχεδιάστε έναν συνδεδεμένο απλό γράφο 9 κορυφών με ακολουθία βαθμών $(5, 4, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 2)$.

Λύση:



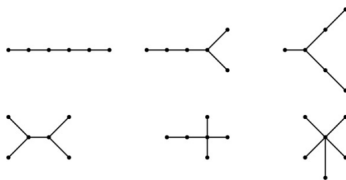
3. Σχεδιάστε τους 2 μη ισομορφικούς απλούς γράφους 6 κορυφών με ακολουθία βαθμών $(3, 3, 3, 3, 3, 3)$.

Λύση:



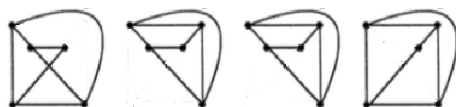
4. Πόσα είναι και σχεδιάστε όλα τα μη ισομορφικά δένδρα με 6 κορυφές.

Λύση: Είναι τα εξής 6 δένδρα:



5. Σχεδιάστε τους υπογράφους του γράφου 10(e) που περιέχουν κύκλους μήκους 5. (Ο γράφος 10(e) είναι ο γράφος e του θέματος 10 στην επόμενη σελίδα.)

Λύση: Είναι οι εξής 4 υπογράφοι:

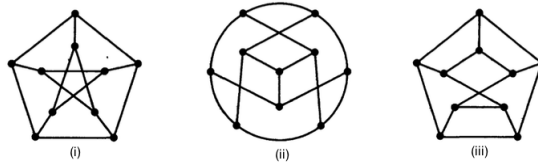


6. Γράψτε τους πίνακες γειτνίασης του γράφου 10(e) (χρησιμοποιώντας κάποια αρίθμηση των κορυφών του).

Λύση: Αριθμώντας τις κορυφές από πάνω προς τα κάτω κι από αριστερά προς δεξιά, ο πίνακας γειτνίασης είναι:

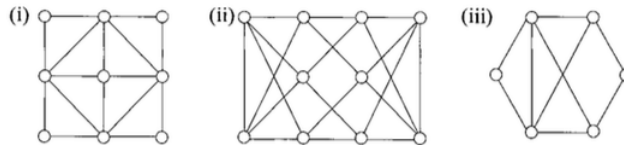
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Ποιοι δυο γράφοι από τους παρακάτω είναι ισομορφικοί και γιατί;



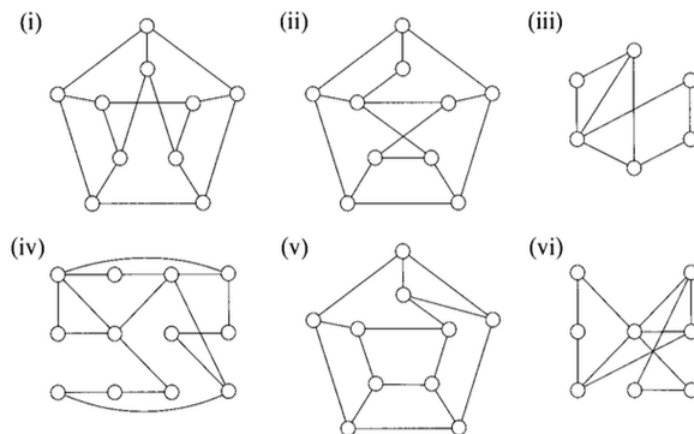
Λύση: Ο πρώτος και ο τρίτος, οι οποίοι έχουν από δυο 5-κύκλους (τον έναν μέσα στον άλλο). Ο δεύτερος δεν μπορεί να είναι ισομορφικός με κανέναν από τους άλλους δυο, γιατί έχει έναν 6-κύκλο.

8. Ποιοι από τους παρακάτω γράφους έχουν έναν γύρο Euler και ποιοι έχουν ένα ανοικτό ίχνος Euler;

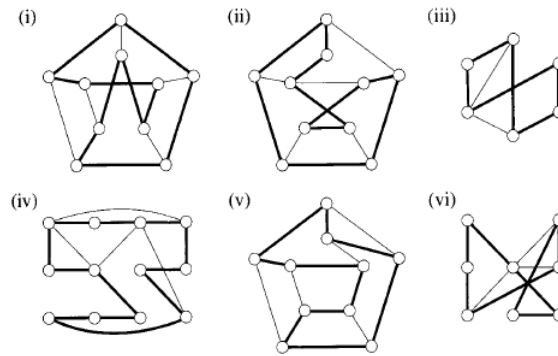


Λύση: Ο πρώτος έχει περισσότερες από δυο κορυφές περιττού βαθμού και, άρα, δεν είναι γράφος Euler. Ο δεύτερος έχει όλες τις κορυφές του με άρτιο βαθμό και, άρα, έχει έναν γύρο Euler. Ο τρίτος έχει ακριβώς δυο κορυφές περιττού βαθμού και, άρα, έχει ένα ανοικτό ίχνος Euler μεταξύ των κορυφών αυτών.

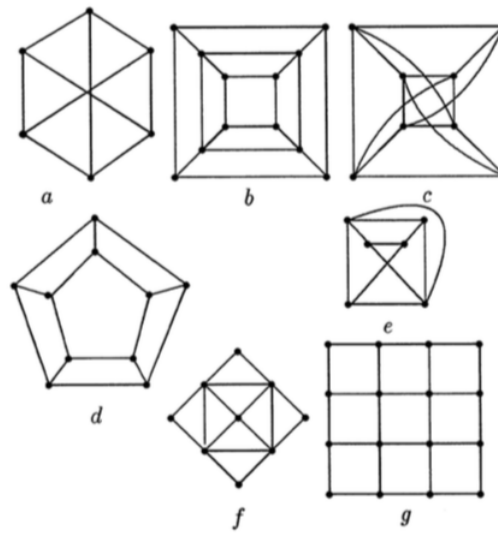
9. Βρείτε τους κύκλους Hamilton των παρακάτω γράφων.



Λύση:



10. Ποιοι από τους παρακάτω γράφους δεν είναι διμερείς;



Λύση: Δεν είναι διμερείς οι γράφοι που έχουν κύκλους περιττού μήκους, δηλαδή, οι d, e και f.