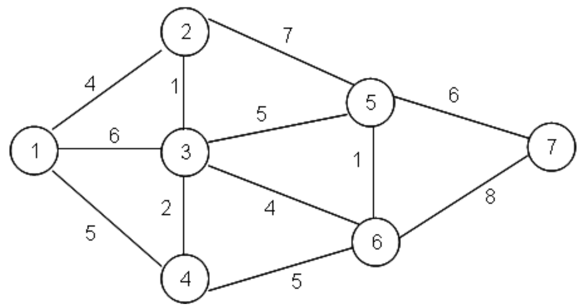
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

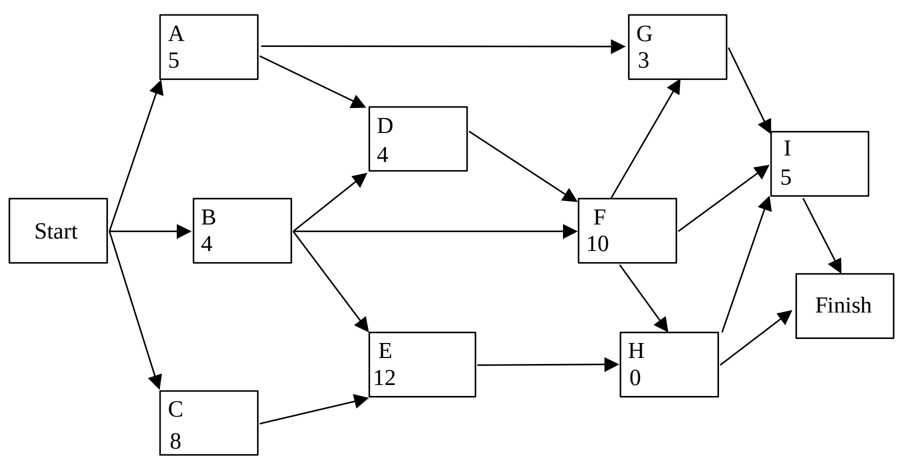
ΘΕΜΑ 1ο

Ένα ασθενοφόρο βρίσκεται σταθμευμένο στη βάση του, που παριστάνεται με τον κόμβο 1 του ακόλουθου δικτύου και πρέπει να παραλάβει έναν ασθενή από ένα χωριό, το οποίο παριστάνεται με τον κόμβο 7 του δικτύου. Οι ενδιάμεσοι κόμβοι είναι άλλα χωριά της περιοχής ή διασταυρώσεις και οι ακμές είναι οι δυνατές διαδρομές μέσω του επαρχιακού οδικού δικτύου. Οι τιμές στις ακμές του δικτύου παριστάνουν απόσταση σε χιλιόμετρα. Αν υποθέσουμε ότι το ασθενοφόρο κινείται με την ίδια ταχύτητα σε όλες τις ακμές του δικτύου, υποδείξετε στο πλήρωμά του τον τρόπο με τον οποίο θα πρέπει να κινηθεί για να παραλάβει τον ασθενή το συντομότερο δυνατόν.



ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το ακόλουθο δίκτυο αναπαράστασης ενός έργου:



1. Παραθέστε πίνακα του οποίου γραμμές θα είναι οι εννέα (9) δραστηριότητες του έργου και στήλες ο ενωρίτερος χρόνος έναρξης, ο ενωρίτερος χρόνος λήξης, ο βραδύτερος χρόνος έναρξης και ο βραδύτερος χρόνος λήξης εκάστης εξ αυτών. Υποδείξτε την κρίσιμη διαδρομή και υπολογίστε τον (ελάχιστο) χρόνο ολοκλήρωσης του έργου. 20μ
2. Στη συνέχεια υποθέστε ότι ο χρόνος που υπολογίσατε στο ερώτημα (**1**) είναι ο αναμενόμενος χρόνος ολοκλήρωσης του έργου. Σε μια τέτοια περίπτωση, η πιθανότητα να τελειώσει το έργο σε λιγότερο από 25 εβδομάδες είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη του 0.5; 5μ

ΘΕΜΑ 3ο

Η προεκλογική εκστρατεία για τις βουλευτικές εκλογές βρίσκεται δύο ημέρες πριν από το τέλος της και οι αρχηγοί των δύο μεγαλυτέρων κομμάτων σχεδιάζουν πως θα εκμεταλλευτούν αυτές τις δύο μέρες με τον καλύτερο δυνατό τρόπο διότι οι σφυγμομετρήσεις δείχνουν ότι και τα δύο κόμματα έχουν την ίδια πιθανότητα να κερδίσουν τις εκλογές. Οι επιτελείς και των δύο κομμάτων επικεντρώνονται κυρίως στους αναποφάσιστους ψηφοφόρους οι οποίοι ταλαντεύονται μεταξύ των δύο αυτών κομμάτων. Οι επιλογές που έχουν είναι δύο: α) να αφιερώσουν μία ημέρα στην Αθήνα και μία ημέρα στη Θεσσαλονίκη, ή β) να αφιερώσουν και τις δύο ημέρες είτε στην Αθήνα είτε στη Θεσσαλονίκη. Επειδή όμως οι προετοιμασίες πρέπει να γίνουν προκαταβολικά κανένας από τους δύο αρχηγούς δεν θα γνωρίζει το σχέδιο του αντιπάλου του πριν ο ίδιος οριστικοποιήσει το δικό του σχέδιο. Για το λόγο αυτό ο κάθε αρχηγός ζήτησε από τον υπεύθυνο της προεκλογικής του εκστρατείας να εκτιμήσει τα προσδοκώμενα αποτελέσματα σε κερδισμένους ή χαμένους ψήφους με βάση τον συνδυασμό των ημερών που θα αφιερωθούν σε κάθε πόλη από τον ίδιο και τον αντίπαλό του. Ο παρακάτω πίνακας δίνει τον προσδοκώμενο αριθμό κερδισμένων ψήφων σε εκατοντάδες χιλιάδες για το κόμμα Α, για κάθε δυνατό συνδυασμό ημερών προεκλογικής εκστρατείας των δύο κομμάτων στην Αθήνα και τη Θεσσαλονίκη.

(Σημειώνεται ότι για το κόμμα Α, η στρατηγική Α1 ορίζει 1 ημέρα στην Αθήνα και 1 ημέρα στη Θεσσαλονίκη, η Α2 2 ημέρες στην Αθήνα, ενώ, η Α3, 2 ημέρες στη Θεσ/νίκη. Ανάλογα για το κόμμα Β, η στρατηγική Β1 ορίζει 1 ημέρα στην Αθήνα και 1 ημέρα στη Θεσ/νίκη, η Β2 2 ημέρες στην Αθήνα, και η Β3 2 ημέρες στη Θεσσαλονίκη).

		Κόμμα Β		
Κόμμα Α		B1	B2	B3
	A1	0	-2	2
	A2	3	4	-3
	A3	2	3	-4

1. Χωρίς να διαγράψετε τις υποδεέστερες στρατηγικές, εφαρμόστε το κριτήριο minimax στον ανωτέρω πίνακα για να διαπιστώσετε αν υπάρχει ή όχι σημείο ισορροπίας. 5μ
2. Να εφαρμόσετε την κατάλληλη μεθοδολογία ώστε να προσδιορίσετε τον άριστο τρόπο με τον οποίο πρέπει να αφιερώσει τις δύο τελευταίες ημέρες της προεκλογικής του εκστρατείας ο κάθε αρχηγός. 18μ
3. Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (2) προσδιορίστε τον αριθμό των ψήφων που αναμένεται να κερδίσει/χάσει το κάθε κόμμα. 2μ

ΘΕΜΑ 4ο

Η βιοτεχνία πλαστικών ειδών "Plastic, Inc." πρέπει να διεκπεραιώσει την επόμενη εβδομάδα παραγγελίες 2000, 500 και 1200 τεμαχίων για τα τρία μεγέθη πλαστικών λεκανών A, B και C (αντίστοιχα) που κατασκευάζει. Η Plastic διαθέτει τρεις μηχανές, η κάθε μία εκ των οποίων έχει τη δυνατότητα να παράγει οποιοδήποτε από τα τρία προϊόντα με τον ίδιο ρυθμό. Επειδή όμως παρατηρείται διαφορά στον αριθμό των ελαττωματικών τεμαχίων ανά προϊόν στην κάθε μηχανή, το τελικό μοναδιαίο κόστος του κάθε προϊόντος ποικίλει ανάλογα με τη μηχανή που κατασκευάζεται:

	ΠΡΟΪΟΝ		
	A	**B**	**C**
Μηχανή 1	€1.00	€1.20	€0.90
Μηχανή 2	€1.30	€1.40	€1.20
Μηχανή 3	€1.10	€1.00	€1.20

Λαμβάνοντας υπόψη ότι η εβδομαδιαία παραγωγική δυνατότητα των τριών μηχανών είναι αντίστοιχα 1500, 1500 και 1000 τεμάχια, βρείτε την παραγωγική διαδικασία με το μικρότερο κόστος.

ΘΕΜΑ 1^{o}

Πρόκειται για πρόβλημα εύρεσης της συντομότερης διαδρομής.
Πρώτος λυμένος κόμβος καθίσταται η αφετηρία με απόσταση 0 (από τον εαυτό της).
Κόμβοι με προσωρινές διαδρομές:

- κόμβος 2, με απόσταση 4 χλμ. από την αφετηρία απευθείας,
- κόμβος 3, με απόσταση 6 χλμ. ομοίως και
- κόμβος 4, με απόσταση 5 χλμ. ομοίως.

Στο σύνολο των μονίμων κόμβων εισέρχεται ο κόμβος 2 με ελάχιστη απόσταση 4 μονάδες οπότε το σύνολο των μονίμων κόμβων γίνεται {1, 2}.
Αναπροσαρμόζουμε τις μεταβάσεις λόγω της εισαγωγής του κόμβου 2 στους μόνιμους.

- κόμβος 3, με απόσταση 5 χλμ., μέσω του 2
- κόμβος 4, με απόσταση 5 χλμ., απευθείας
- κόμβος 5, απόσταση 11 χλμ., μέσω του κόμβου 2

Μόνιμος καθίσταται ο κόμβος 3 που έχει προσωρινή απόσταση από την αφετηρία τη μικρότερη μεταξύ αυτών με προσωρινή απόσταση, δηλαδή 5 χλμ. μέσω του κόμβου 2, οπότε το σύνολο των μονίμων είναι τώρα το {1, 2, 3}. Εδώ θα μπορούσε να μπει ο κόμβος 4 αντί του κόμβου 3, αυτό όμως δεν αλλάζει το τελικό αποτέλεσμα.
Αναπροσαρμόζουμε τις μεταβάσεις λόγω της εισαγωγής του κόμβου 3 στο σύνολο των μονίμων.

- κόμβος 4, παραμένει καλύτερο το 5 απευθείας
- κόμβος 5, απόσταση 11 χλμ., μέσω του κόμβου 2
- κόμβος 6, απόσταση 9 χλμ. μέσω του 3

Από τους κόμβους με προσωρινό μήκος διαδρομής μόνιμος γίνεται ο κόμβος 4 με ελάχιστη απόσταση 5 χλμ. απευθείας από την αφετηρία, οπότε το σύνολο μονίμων είναι τώρα {1, 2, 3, 4}.
Αναπροσαρμόζουμε τις μεταβάσεις λόγω της εισαγωγής του κόμβου 4 στο σύνολο των μονίμων.

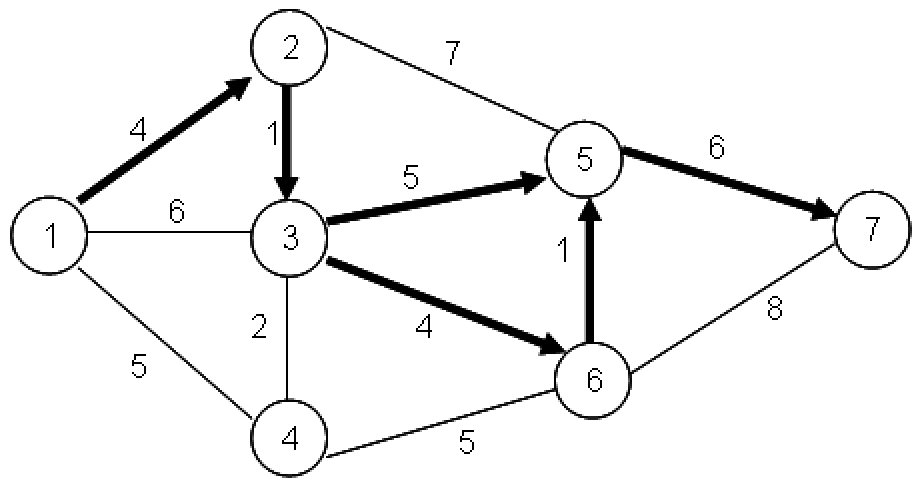
- κόμβος 5, απόσταση 11 χλμ. μέσω του 2
- κόμβος 6, παραμένει το 9 μέσω του κόμβου 3

Μόνιμος γίνεται ο κόμβος 6 με απόσταση από την αφετηρία 9 χιλιόμετρα μέσω του κόμβου 3 και το σύνολο μονίμων γίνεται {1, 2, 3, 4, 6}.
Αναπροσαρμόζουμε τις μεταβάσεις λόγω της εισαγωγής του κόμβου 6 στο σύνολο των μονίμων.

- κόμβος 5, απόσταση 9+1 = 10 χιλιόμετρα, μέσω του κόμβου 6, ή μέσω του κόμβου 3
- κόμβος 7, απόσταση 9+8 = 17 χιλιόμετρα, μέσω του κόμβου 6

Μόνιμος γίνεται ο κόμβος 5 με απόσταση από την αφετηρία 10 χιλιόμετρα μέσω του 6 ή μέσω του 3 και το σύνολο μονίμων γίνεται {1, 2, 3, 4, 6, 5}.
Τέλος, αναπροσαρμόζουμε τις μεταβάσεις λόγω της εισαγωγής του κόμβου 5 στο σύνολο των μονίμων. Ο κόμβος 7 εισέρχεται στους μονίμους με ελάχιστη απόσταση 16 χιλιόμετρα, μέσω του κόμβου 5.

Επομένως το ελάχιστο μήκος διαδρομής είναι 16 χιλιόμετρα. Για να βρούμε το βέλτιστο μονοπάτι ελέγχουμε οπισθοδρομικά την επίλυση, ξεκινώντας από τον κόμβο 7 ο οποίος μας παραπέμπει στον κόμβο 5 και αυτός στη συνέχεια στον κόμβο 6 ή στον κόμβο 3. Από τον κόμβο 6 ερχόμαστε μέσω του κόμβου 2 και από εκεί στην αφετηρία. Κατά συνέπεια άριστη διαδρομή, με μήκος 16 χιλιόμετρα, είναι το μονοπάτι 1→2→3→5→7 ή εναλλακτικά το μονοπάτι 1→2→3→6→5→7. Στο επόμενο σχήμα δίνουμε τα άριστα μονοπάτια μετάβασης από την αφετηρία στον κόμβο 7 με τη μορφή έντονων γραμμών με βέλη.



ΘΕΜΑ 2^o

Ερώτημα 1

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ	ΑΜΕΣΩΣ ΠΡΟΗΓ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ	ΕΝΩΡΙΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ		ΒΡΑΔΥΤΕΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ		ΧΡΟΝΙΚΟ ΠΕΡΙΘΩΡΙΟ
		ΕΝΑΡΞΗΣ	ΛΗΞΗΣ	ΕΝΑΡΞΗΣ	ΛΗΞΗΣ	
A	--	0	5	0	5	0
B	--	0	4	1	5	1
C	--	0	8	2	10	2
D	A, B	5	9	5	9	0
E	B, C	8	20	10	22	2
F	B, D	9	19	9	19	0
G	A, F	19	22	19	22	0
H	E, F	20	20	22	22	2
I	F, G, H	22	27	22	27	0

Κρίσιμη διαδρομή: A – D – F – G – I, ή A – D – F – I, ή A – G – I
Χρόνος ολοκλήρωσης του έργου: 27 εβδομάδες.

Ερώτημα 2

Στην περίπτωση που οι χρόνοι υλοποίησης κάθε δραστηριότητας ήταν αναμενόμενοι, η πιθανότητα να τελειώσει το έργο σε λιγότερο από 25 εβδομάδες είναι μικρότερη του 0.5, τιμή στην οποία αντιστοιχεί η μέση τιμή των 27 εβδομάδων.

ΘΕΜΑ 3^{o}

Ερώτημα 1

Πρόκειται για ένα παίγνιο δύο παικτών **μηδενικού αθροίσματος**. Όπως βλέπουμε στον παρακάτω πίνακα, η εφαρμογή του κριτηρίου minimax απευθείας στον πίνακα πληρωμών του παίκτη Α χωρίς διαγραφή των υποδεέστερων στρατηγικών, αδυνατεί να μας δώσει αμιγείς στρατηγικές και υποδεικνύει την ανυπαρξία σημείου ισορροπίας. Πράγματι, η Maximin τιμή του παίκτη - κόμματος Α είναι ίση με -2 (τομή των στρατηγικών Α1 και Β2) και η Minimax τιμή του παίκτη -κόμματος Β είναι ίση με 2 (τομή των στρατηγικών Α1 και Β3).

	B1	B2	B3	*Row Min*	***Maximin***
A1	0	-2	2	*-2*	**-2**
A2	3	4	-3	*-3*	
A3	2	3	-4	*-4*	
Col Max	*3*	*4*	*2*		
Minimax			**2**		***-2≠2***

Ερώτημα 2

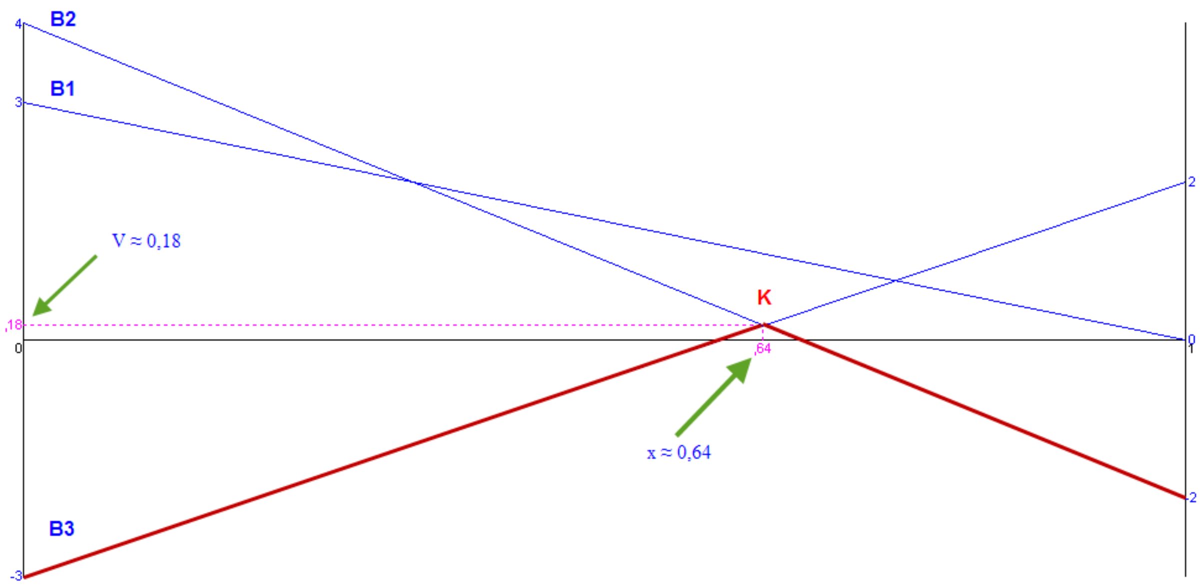
Αφού δεν υπάρχει κοινό σημείο ισορροπίας (δηλαδή δεν υπάρχουν αντίστοιχες αμιγείς στρατηγικές που θα μπορούσαν να ισορροπήσουν οι δύο παίκτες) θα προχωρήσουμε στον εντοπισμό μεικτών στρατηγικών. Συνεχίζουμε με τη διαγραφή των υποδεέστερων στρατηγικών. Η στρατηγική Α3 διαγράφεται ως υποδεέστερη της Α2, οπότε ο πίνακας πληρωμών μειώνεται στον ακόλουθο πίνακα διάστασης 2×3, όπου δεν υπάρχουν άλλες υποδεέστερες στρατηγικές.

	B1 y1	**B2** y2	**B3** y3
A1 x	0	-2	2
A2 1-x	3	4	-3

Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε τη γραφική μέθοδο επίλυσης. Ονομάζουμε x την πιθανότητα ο παίκτης Α να ακολουθήσει τη στρατηγική του Α1, οπότε (1-x) είναι η πιθανότητα να ακολουθήσει την Α2. Για τον παίκτη Β ονομάζουμε y1 την πιθανότητα να ακολουθήσει τη στρατηγική του Β1, y2 να εφαρμόσει την Β2 και y3 να εφαρμόσει την Β3. Προφανώς y1+y2+y3 =1. Για τον παίκτη με δύο στρατηγικές (δηλαδή τον Α) έχουμε τις ακόλουθες σχέσεις:

$V(A, B1) = 0x + 3(1-x) = 3 - 3x,$
$V(A, B2) = -2x + 4(1-x) = 4 - 6x$ και
$V(A, B3) = 2x - 3(1-x) = -3 + 5x.$

Σύρουμε δύο παράλληλους κατακόρυφους άξονες με ίδια κλίμακα μέτρησης που απέχουν μεταξύ τους μία μονάδα και οι οποίοι αντιπροσωπεύουν την αξία για τον παίκτη Α. Ο οριζόντιος άξονας παριστάνει τις τιμές της πιθανότητας x. Μετά φέρουμε τα ευθύγραμμα τμήματα που παριστάνουν τις πληρωμές στον παίκτη Α (δηλαδή τα V(A, Bi), i=1,2,3)) ανάλογα με τη στρατηγική που εφαρμόζει ο Β και την πιθανότητα εφαρμογής από τον παίκτη Α είτε της Α1 είτε της Α2. Για να χαράξουμε τα τρία αυτά ευθύγραμμα τμήματα αρκεί να συνδέσουμε τις αντίστοιχες τιμές των δύο αξόνων από τον πίνακα πληρωμών δηλαδή για να χαράξουμε την ευθεία που αντιστοιχεί στο V(A, B1) συνδέουμε το 3 με το 0, για το V(A, B2) συνδέουμε το 4 με το -2 και για την ευθεία V(A, B3) συνδέουμε το -3 με το 2.



Επειδή ο παίκτης Α επιλέγει maximin στρατηγική, αυτό συνεπάγεται ότι επιλέγει το μέγιστο από τα ελάχιστα. Δηλαδή θα ακολουθήσει την τεθλασμένη γραμμή που βρίσκεται στην κατώτερη περιοχή του σχήματος και η οποία παρουσιάζεται με έντονες κόκκινες γραμμές. Επάνω σ' αυτήν, θα επιλέξει το υψηλότερο σημείο Κ. Ως εκ τούτου, η στρατηγική Β1 από την πλευρά του παίκτη Β απορρίπτεται αφού δεν συμμετέχει στον καθορισμό του maximin σημείου Κ και το πρόβλημα γίνεται πρόβλημα διάστασης 2×2 με τον ακόλουθο πίνακα πληρωμών στον οποίο αντικαταστήσαμε τις πιθανότητες y2 και y3 με y και 1-y αντίστοιχα:

		B2 **y**	**B3** **1-y**
A1	**x**	-2	2
A2	**1-x**	4	-3

Στο σχήμα, με τα πράσινα βέλη σημειώνεται το σημείο στο οποίο βρίσκεται η βέλτιστη τιμή της πιθανότητας x_1 που είναι περίπου 0,64 και η αντίστοιχη τιμή του παιγνίου στον κατακόρυφο άξονα (V ≈ 0,18). Για να εντοπίσουμε όμως με ακρίβεια τις τιμές συνεχίζουμε αλγεβρικά.

Επιλύουμε λοιπόν το παίγνιο ως πρόβλημα διάστασης 2×2: εξισώνουμε τις V(A, B2) και V(A, B3) και έχουμε 4 – 6x = -3 + 5x που δίνει 11x = 7. Άρα x = 7/11 (≈ 0,64) και 1-x = 4/11 (στο σχήμα υποδεικνύεται με βέλος το σημείο στο οποίο η πιθανότητα x ≈ 0,64). Η τιμή του παιγνίου βρίσκεται με αντικατάσταση των πιθανοτήτων σε οποιοδήποτε από τα V(A, B2) ή V(A, B3) δηλαδή είναι V = 4 – 6(7/11) = 2/11 (≈ 0,18) (πράγματι στο σχήμα καταδεικνύεται με βέλος η τιμή του παιγνίου η οποία είναι στο 0,18 περίπου).

Για τον παίκτη Β έχουμε ότι V(B, A1) = V(B, A2) δηλαδή -2y + 2(1-y) = 4y - 3(1-y) που δίνει y = 5/11 και 1-y = 6/11. Αν αντικαταστήσουμε τις πιθανότητες αυτές είτε στο V(B, A1) είτε στο V(B, A2) θα πρέπει να πάρουμε τιμή του παιγνίου ίση με V =2/11 που βρήκαμε πριν και πράγματι έτσι είναι.

<u>Συνοψίζοντας, το αποτέλεσμα είναι το εξής</u>:
Μεικτή στρατηγική για τον παίκτη Α: (7/11, 4/11, 0)
Μεικτή στρατηγική για τον παίκτη Β: (0, 5/11, 6/11)
Τιμή του παιγνίου V = 2/11

Το φυσικό νόημα της τιμής του παιγνίου είναι ότι, εφόσον επαναληφθεί πολλές φορές η αναμέτρηση με τους ίδιους όρους, το αναμενόμενο κέρδος του κόμματος Α σε βάρος του Β ανέρχεται στις 18,182 ψήφους περίπου (100,000 ψήφοι x 2/11 που είναι η τιμή του παιγνίου).

ΘΕΜΑ 4ο

Το σύστημα παραγωγής της Plastic μπορεί να ειδωθεί ως ένα πρόβλημα μεταφοράς με σταθμούς παραγωγής τις μηχανές (i = 1, 2, 3), σταθμούς προορισμού τα προϊόντα (j = A, B, C), μεταβλητές x_{ij} το πλήθος των προϊόντων τύπου j που κατασκευάζονται στην i-μηχανή και κόστος μεταφοράς το αντίστοιχο κόστος κατασκευής:

$$\min \; x_{1A} + 1.2x_{1B} + 0.9x_{1C} + 1.3x_{2A} + 1.4x_{2B} + 1.2x_{2C} + 1.1x_{3A} + x_{3B} + 1.2x_{3C}$$

κάτω από τους περιορισμούς:

$$\begin{array}{lllllllllll}
x_{1A} + & x_{1B} + & x_{1C} & & & & & & & \leq & 1500 \\
& & & x_{2A} + & x_{2B} + & x_{2C} & & & & \leq & 1500 \\
& & & & & & x_{3A} + & x_{3B} + & x_{3C} & \leq & 1000 \\
x_{1A} & & + & x_{2A} & & + & x_{3A} & & & = & 2000 \\
& x_{1B} & & + & x_{2B} & & + & x_{3B} & & = & 500 \\
& & x_{1C} & & + & x_{2C} & & + & x_{3C} & = & 1200 \\
& & & & & & & & x_{ij} & \geq & 0
\end{array}$$

Όμως, η δυναμικότητα της παραγωγής ανέρχεται σε 4000 τεμάχια ενώ η συνολική παραγγελία είναι για 3700 τεμάχια. Επομένως, προκειμένου να εφαρμοστεί η διαδικασία επίλυσης, θα πρέπει να προσθέσουμε ένα ακόμη προϊόν D με ζήτηση 4000 – 3700 = 300 τεμαχίων και κόστος M>>>0. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Vogel για την εύρεση μιας αρχικής βασικής εφικτής λύσης του προβλήματος, παίρνουμε ως τέτοια την:

	0.20			0	
	0.10	0.20		0	
	0.10	0.20		0	
	0.10	0.20	0.30	0	*Προσφορά*
0.20 0.10	1.00 300	1.20	0.90 1200	M	~~1500~~ ~~300~~ 0
(M-1.30) 0.10 0.10 0.10	1.30 1200	1.40	1.20	M 300	1500 1500 1500 1500
(M-1.10) 0.10 0.10 0.20	1.10 500	1.00 500	1.20	M 0	1000 1000 ~~1000~~ 500
Ζήτηση	2000 ~~2000~~ 1700 1700	500 500 ~~500~~ 0	~~1200~~ 0	300 300 300 300	

Η λύση αυτή έχει 6 θετικές συνιστώσες και συνεπώς είναι μη εκφυλισμένη. Βρίσκοντας τα δυναμικά u_i, v_j και σχηματίζοντας τις διαφορές $\delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}$ που αντιστοιχούν στις μη βασικές μεταβλητές διαπιστώνουμε ότι η λύση αυτή είναι η βέλτιστη ($\delta_{ij} \leq 0 \; \forall$ i, j) και συνεπάγεται κόστος παραγωγής της τάξης των €3990.

v u	1.00	0.90	0.90	-0.30	
0	1.00 300	-0.30 1.20	0.90 1200	-0.30 M	1500
0.30	1.30 1200	-0.20 1.40	0 1.20	M 300	1500
0.10	1.10 500	1.00 500	-0.20 1.20	-0.20 M	1000
	2000	500	1200	300	

Κατά συνέπεια η βέλτιστη παραγωγική διαδικασία έχει ως εξής:

Βέλτιστη Λύση	Τεμάχια	Κόστος
1 - A	300	300
1 - C	1200	1080
2 - A	1200	1560
3 - A	500	550
3 - B	500	500
	ΣΥΝΟΛΟ:	€3990

(ενώ παραμένει ανεκμετάλλευτη δυνατότητα παραγωγής 300 τεμαχίων στη μηχανή 2).

Σημειώστε τέλος την <u>ύπαρξη εναλλακτικής βέλτιστης λύσης</u> ($\delta_{23} = 0$). Για να τον εντοπισμό της αρκεί να γίνει βασικό το κελί (2, 3).

1.00 ⊕ 300	1.20	0.90 1200	M	1500
1.30 1200	1.40	1.20 ⊕	M 300	1500
1.10 500	1.00 500	1.20	M	1000
2000	500	1200	300	

Το μονοπάτι ανακατανομής των εκχωρήσεων υποδεικνύει ισοβαθμίσεις στο κριτήριο για την επιλογή του εξερχόμενου κελιού, γεγονός που θα μας οδηγήσει σε εκφυλισμένη λύση. Επιλέγοντας -αυθαίρετα- το (2, 1), καταλήγουμε στην κατωτέρω (εναλλακτική) βέλτιστη λύση:

1.00 1500	1.20	0.90 0*	M	1500
1.30	1.40	1.20 1200	M 300	1500
1.10 500	1.00 500	1.20	M	1000
2000	500	1200	300	