



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

Σχολή Θετικών επιστημών
Τμήμα Μαθηματικών

Διπλωματική Εργασία
Υπεμβασίσεις **Riemann**

Ανδρέας Ντάβλας

Επιβλέπων Καθηγητής: Ανδρέας Αρβανιτογεώργος

Πάτρα, 2020

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται τις υπεμβαπτίσεις Riemann. Μια υπεμβάπτιση Riemann μεταξύ δύο πολλαπλοτήτων Riemann είναι μια υπεμβάπτιση της οποίας το ορθογώνιο συμπλήρωμα του πυρήνα του διαφορικού της υπεμβάπτισης σε τυχαίο σημείο είναι ισομετρικό με την εικόνα του διαφορικού της υπεμβάπτισης σε εκείνο το σημείο. Η θεωρία τους αναπτύχθηκε από τους Hermann (1960), Nagano (1960), O'Neill (1966), Gray (1967) και έχει εφαρμογές στη διαφορική γεωμετρία, στη μηχανική και στη γενική θεωρία σχετικότητας. Αρχικά γίνεται αναφορά στον ορισμό μιας υπεμβάπτισης Riemann. Θα αναφερθούμε σε δύο τανυστικά πεδία που όρισε O'Neill και στις συναλλοίωτες παραγώγους τους. Ακολουθούν οι θεμελιώδεις εξισώσεις μιας υπεμβάπτισης Riemann, οι οποίες προήλθαν από τον O'Neill και είναι γνωστές ως οι εξισώσεις του O'Neill. Αυτές οι εξισώσεις είναι χρήσιμες, διότι μας δίνουν τη δυνατότητα να συσχετίσουμε τις γεωμετρίες των πολλαπλοτήτων της υπεμβάπτισης. Οι συγκεκριμένες εξισώσεις περιέχουν στις εκφράσεις τους τα παραπάνω τανυστικά πεδία με τις συναλλοίωτες παραγώγους τους. Επίσης, θα αναφερθούμε στη συνοχή του Schouten και θα παρουσιάσουμε ικανή και αναγκαία συνθήκη ώστε μια ομαλή καμπύλη να είναι γεωδαισιακή σε μια υπεμβάπτιση Riemann. Τέλος, παραθέτουμε παραδείγματα υπεμβαπτίσεων Riemann στα οποία υπολογίζονται τα τανυστικά πεδία που όρισε O'Neill και θα υπολογίσουμε την καμπυλότητα τομής σε διδιάστατο υπόχωρο του ορθογώνιου συμπληρώματος του πυρήνα του διαφορικού της υπεμβάπτισης σε σημείο της πολλαπλότητας.