

Διδάσκων: Α. Αρβανιτογεώργος

Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα

1. Εκφράστε τους παρακάτω μιγαδικούς αριθμούς στη μορφή $a + bi$:

$$z = \frac{i - 4}{2i - 3}, \quad w = (3 + 3i)^8.$$

2. Βρείτε όλους τους μιγαδικούς αριθμούς z για τους οποίους ισχύει $|z + 3i| = 3|z|$.

3. Βρείτε τις πέμπτες ρίζες του -1 και στη συνέχεια βρείτε τους πραγματικούς παράγοντες του πολυωνύμου $x^5 + 1$.

4. Έστω A, B, C σύνολα. Δείξτε ότι $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$ και σχεδιάστε την ισότητα σε διάγραμμα Venn.

5. Έστω $f : A \rightarrow B$ συνάρτηση και $C \subset B$. Δείξτε ότι $f^{-1}(B \setminus C) = A \setminus f^{-1}(C)$.

6. Ορίζουμε στο σύνολο $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ τη σχέση \sim ως εξής: $(x, y) \sim (a, b)$ εάν και μόνο εάν $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$. Δείξτε ότι \sim είναι σχέση ισοδυναμίας και βρείτε τις κλάσεις ισοδυναμίας.

7. Αν ο $z = -2 + 7i$ είναι ρίζα της εξίσωσης $z^3 + 6z^2 + 61z + 106 = 0$, βρείτε την πραγματική ρίζα της εξίσωσης αυτής.

8. Έστω a, b, c ακέραιοι με a, b πρώτοι μεταξύ τους. Δείξτε ότι αν a/c και b/c , τότε ab/c .

9. Δείξτε ότι οι ακέραιοι 214 και 73 είναι σχετικά πρώτοι. Στη συνέχεια, βρείτε ακεραίους x, y ώστε $214x + 73y = 1$.

10. Έστω $f : A \rightarrow B$ και $g : B \rightarrow C$ συναρτήσεις. Αποδείξτε ή δώστε αντιπαράδειγμα για τα εξής:

(α) Αν η $g \circ f$ είναι επί, τότε η g είναι επί.

(β) Αν η $g \circ f$ είναι επί, τότε η f είναι επί

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!