

Θεωρία Πιθανοτήτων II - Ασκήσεις V

#1. Θεωρούμε 24 ρίψεις τέλειου ζαριού. Το αποτέλεσμα κάθε ρίψης καταγράφεται ως ένας από τους αριθμούς $1, 2, \dots, 6$. Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:

- Να εμφανιστεί ακριβώς 5 φορές το 6 και ακριβώς 3 φορές το 4 και ακριβώς 6 φορές το 2.
- Να εμφανιστεί ακριβώς 4 φορές καθένας από τους αριθμούς $1, 2, \dots, 6$.
- Να εμφανιστεί το πολύ 1 φορά το 6 και το πολύ 1 φορά το 4.
- Να εμφανιστούν οι άρτιοι αριθμοί $(2, 4, 6)$ συνολικά ακριβώς 12 φορές.

#2. Αυτοκίνητα που ροδαίνουν σε μια διασταύρωση έχουν την δυνατότητα να στρίψουν αριστερά, δεξιά ή να συνεχίσουν την πορεία τους χωρίς να στρίψουν, καθένο ανεξάρτητα από το άλλο. Κατ'επίληψη έχει διαπιστωθεί ότι το 40% των αυτοκινήτων στρίβουν αριστερά, το 25% στρίβουν δεξιά και τα υπόλοιπα συνεχίζουν την πορεία τους χωρίς να στρίψουν. Για τα επόμενα 5 αυτοκίνητα που θα ροδαίνουν στη διασταύρωση, να βρεθούν οι πιθανότητες:

- Ακριβώς ένα να στρίψει αριστερά και ακριβώς ένα να στρίψει δεξιά.
- Το πολύ ένα να στρίψει αριστερά και ακριβώς τρία να στρίψουν δεξιά.

#3. Η συχνότητα εμφάνισης των ομάδων αίματος A, B, AB, O σε έναν πληθυσμό είναι (κατ'επίληψη) 38%, 10%, 3%, 49% αντίστοιχα. Δείγμα 12 ατόμων επιλέγεται τυχαία από αυτόν τον πληθυσμό. Να βρεθούν οι πιθανότητες:

- Οι ομάδες A, O, B να εμφανιστούν 5, 6, 1 φορές αντίστοιχα.
- Οι ομάδες A και AB να εμφανιστούν συνολικά το πολύ μια φορά και η O να εμφανιστεί ακριβώς 5 φορές.
- Να μην εμφανιστεί η ομάδα AB .

#4. Ζάρι έχει κατασκευαστεί έτσι ώστε κάθε περιττή έδρα του $(1, 3, 5)$ να έχει την ίδια πιθανότητα εμφάνισης, έστω p_1 , κάθε άρτια έδρα του $(2, 4, 6)$ να έχει επίσης την ίδια πιθανότητα εμφάνισης, έστω p_2 , και επι πλέον $p_1 = 2p_2$.

α) Να υπολογιστούν τα p_1, p_2 .

β) Σε 12 ρίψεις του ζαριού να βρεθούν οι πιθανότητες:

β1) κάθε έδρα να εμφανιστεί 2 φορές και β2) οι έδρες 2 και 6 να εμφανιστούν συνολικά ακριβώς 2 φορές και η έδρα 1 το πολύ 2 φορές.

#5. Η από κοινού κατανομή των τ.μ. X και Y είναι συνεχής με πυκνότητα $f(x, y) = c$, $x > 0, y > 0, x + y < 1$, όπου $c > 0$ είναι σταθερά $= 0$, διαφορετικά

α) Να υποχρηστεί η σταθερά c .

β) Να υπολογιστεί η πιθανότητα $P(X + Y < 1/2)$.

#6. Σε έναν πληθυσμό ατόμων το ποσό της χορηγερότητας, X , και το ποσό των τριχλυκεριδίων, Y , είναι τ.μ. με από κοινού κατανομή διδιάστατη κανονική με παραμέτρους $\mu_x = 180, \mu_y = 120, \sigma_x^2 = 225, \sigma_y^2 = 400$ και $\rho = 0.7$.

α) Να βρεθεί το ποσοστό των ατόμων που (αναμένεται να) έχουν χορηγερότητα πάνω από 180.

β) Μεταξύ των ατόμων που έχουν τριχλυκερίδια στο ποσό των 150 (περίπου), να βρεθεί το ποσοστό εξ αυτών που (αναμένεται να) έχουν χορηγερότητα πάνω από 180.