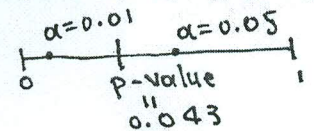


# Στατιστική Συμπερασματολογία II - Ασκήσεις IV + (Λύσεις)

#1. Πέραν της εφαρμογής της γενικής θεωρίας κατασκευής ΕΔΠ, για σύντομη λύση είναι η εξής. Θέτουμε  $Y_1 = X_1$  και  $Y_2 = \frac{X_2}{3}$ . Τότε  $Y_1, Y_2$  είναι α.λ. με κοινή κατανομή  $N(0, \sigma^2)$ . Το πρόβλημα λοιπόν ανάγεται στην κατασκευή ΕΔΠ,  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$  κατά  $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ , για τη διασπορά κανονικής κατανομής γνωστής μέσης τιμής (0, στην προκειμένη περίπτωση) με βάση τ.δ.  $\underline{Y} = (Y_1, Y_2)$ . Αυτός ο έλεγχος έχει κατασκευαστεί στη θεωρία των ΕΔΠ.

#2. Αρκεί να βρεθεί η κατανομή της  $X_2^2 / X_1^2$  υπό την  $H_0: \sigma_2 = 3\sigma_1$ . Τότε  $\frac{X_2^2}{X_1^2} = 9 \frac{X_2^2 / (3\sigma_1)^2}{X_1^2 / \sigma_1^2} = 9 \frac{X_2^2 / 9}{X_1^2 / 1} = 9 F_{1,1}$ , όπου  $F_{1,1}$  είναι F κατανομή με β.ε. 1 και 1 για αριθμούς και παρονομαστή. Επομένως, υπό την  $H_0$ , η σ.σ.  $\frac{1}{9} \frac{X_2^2}{X_1^2} \sim F_{1,1}$  και οι σταθμές  $c_1, c_2$  μπορούν να ληφθούν έτσι ώστε  $P_{\sigma_2=3\sigma_1} \left( \frac{1}{9} \frac{X_2^2}{X_1^2} > \frac{1}{9} c_2 \right) + P_{\sigma_2=3\sigma_1} \left( \frac{1}{9} \frac{X_2^2}{X_1^2} < \frac{1}{9} c_1 \right) = \alpha$ . Επιλέγοντας κάθε μία από τις πιθανότητες του αθροίσματος να είναι  $\alpha/2$ , έχουμε  $c_2 = 9 F_{1,1, \alpha/2}$  και  $c_1 = 9 F_{1,1, 1-\alpha/2}$ , λαμβάνοντας υπ' όψη ότι η  $F_{1,1}$  και η  $\frac{1}{F_{1,1}}$  έχουν την ίδια κατανομή (εξ ορισμού της κατανομής F) οπότε  $F_{1,1, 1-\alpha/2} = 1 / F_{1,1, \alpha/2}$ . Τέλος, επειδή  $F_{1,1} = T^2 \sim t_1^2$  (τετραγωνο κατανομής  $t_1$  με 1 β.ε.), τα  $c_1, c_2$  μπορούν να εκφραστούν και μέσω ποσοστιαίων σημείων της  $t_1$ , η οποία είναι η κατανομή Cauchy).

#3. Είναι η #2 του φυλλαδίου Ασκήσεις V

#4.  Από τον ορισμό της p-value: απόρριψη της  $H_0$  για  $\alpha = 0.05$  και αποδοχή της  $H_0$  για  $\alpha = 0.01$ .

#5. Είναι η #1 του φυλλαδίου Ασκήσεις V

#6. Είναι η #4 του -||- -||-, που έχει λυθεί στην τάξη.

#7.  $H_0: \theta = 25$   $H_1: \theta \neq 25$ . Πρόκειται για έλεγχο μέσης τιμής κανονικής κατανομής με γνωστή διασπορά ( $\sigma^2 = 9$ ). Εφαρμογή του z-test.

#8.  $H_0: \theta_1 = \theta_2$   $H_1: \theta_1 \neq \theta_2$ . Πρόκειται για έλεγχο ισότητας μέσων τιμών κανονικών κατανομών με κοινή αλλά άγνωστη διασπορά. Εφαρμογή του (διπλευρού) t-test για δύο δείγματα.

#9. Είναι η #3 του φυλλαδίου Ασκήσεις V.

#10. Είναι ειδική περίπτωση (με  $n=2$ ) της #1 του φυλλαδίου Ασκήσεις V.

#11. Είναι η #5 του φυλλαδίου Ασκήσεις V, που έχει λυθεί στην τάξη.

