

1. Εξετάστε αν αληθεύει η σχέση $\text{Log}z^2 = 2\text{Log}z$ στις περιπτώσεις $z = \frac{1}{2} + 5i$ και $z = -\frac{1}{2} + 5i$.

.....

.....

.....

2. Να ευρεθεί το σύνολο των σημείων που η συνάρτηση $\bar{z}^2 - 2z\bar{z}$ είναι παραγωγίσιμη και σε αυτά να υπολογιστεί η παράγωγος.

.....

.....

Να εξεταστεί στη συνέχεια ως προς την αναλυτικότητα η παραπάνω συνάρτηση

.....

.....

3. Η συνάρτηση είναι συζυγής αρμονική της $z^2 + \bar{z}^2$ διότι.....

.....

.....

4. Δώστε τον ορισμό του δείκτη στροφής και εφαρμόστε τον για τον υπολογισμό του επικαμπύλιου ολοκληρώματος της συνάρτησης $5(z-i)^{-1} - 30(z+1)^{-1} - 30(z+1000)^{-1}$ υπεράνω της καμπύλης που δίνεται στο σχήμα.

5. Βρείτε και χαρακτηρίστε τα ανώμαλα σημεία και υπολογίστε τα αντίστοιχα ολοκληρωτικά υπόλοιπα της συνάρτησης $\frac{1}{z+1} + \cos \frac{1}{z}$.

5. Αναπτύξτε σε σειρά Laurent την παραπάνω συνάρτηση στο $|z| > 1$.

6. Διατυπώστε το θεώρημα των ολοκληρωτικών υπολοίπων και εφαρμόστε το για τον υπολογισμό του επικαμπύλιου ολοκληρώματος της προηγούμενης συνάρτησης υπεράνω της καμπύλης που δίνεται στο σχήμα. (Επιτρέπεται ο εποπτικός υπολογισμός των δεικτών στροφής).

Σχήμα 1: