Θεωρία Πιθανοτήτων Ι – Λύσεις Ασκήσεων 1++

1. Δυνατά αποτελέσματα: $\binom{31}{3}$ σε πλήθος, αφού επιλέγονται 3 οποιαδήποτε μέλη από τα 31 (χωρίς να έχει σημασία η σειρά)
Ευνοϊκά αποτελέσματα: $\binom{7}{3}$ σε πλήθος, αφού τα 3 μέλη πρέπει να επιλεγούν από τα 7 του Τομέα Πληροφορικής.
Επομένως, εφαρμόζοντας τον τύπο Laplace $\binom{7}{3}/\binom{31}{3} = 7/(29 \cdot 31) \simeq 0.008$
(πολύ μικρή πιθανότητα!!!)
Για την δεύτερη πιθανότητα, τα ευνοϊκά αποτελέσματα είναι $\binom{7}{1}\binom{7}{1}\binom{17}{1}$ σε πλήθος, αφού πρέπει να επιλεγεί 1 μέλος από τα 7 του Τομέα Στατιστικής, κατά $\binom{7}{1}$ τρόπους, 1 μέλος από τα 7 του Τομέα Πληροφορικής, κατά $\binom{7}{1}$ τρόπους και 1 μέλος από τα υπόλοιπα 17 των άλλων δύο Τομέων, κατά $\binom{17}{1}$ τρόπους. Επομένως, η πιθανότητα είναι $7 \cdot 7 \cdot 17 / \binom{31}{3} \simeq 0.185$.

2. α. Δυνατά αποτελέσματα: $(2n)!$ σε πλήθος
Ευνοϊκά αποτελέσματα: $2 \cdot n! \cdot n!$ (τις πρώτες n θέσεις τις καταλαμβάνουν τα κορίτσια και τις επόμενες n θέσεις τα αγόρια ή τις πρώτες n θέσεις καταλαμβάνουν τα αγόρια και τις επόμενες n θέσεις τις καταλαμβάνουν τα κορίτσια). Η Πιθανότητα είναι λοιπόν $2 \cdot (n!)^2/(2n)!$.
β. Τα κορίτσια θα καταλάβουν τις θέσεις $2k+1, k=0,1,\dots,n-1$, κατά $n!$ τρόπους και τα αγόρια τις θέσεις $2k, k=1,\dots,n$, κατά $n!$ τρόπους ή αντίστροφα. Επομένως το πλήθος των ευνοϊκών αποτελεσμάτων είναι όπως στο (α) $2(n!)(n!) = 2(n!)^2$

3. Τα δυνατά αποτελέσματα είναι 365^n (όπως στο πρόβλημα των διαφορετικών γενεθλίων). Η κοινή ημέρα γενεθλίων μπορεί να είναι οποιαδήποτε από τις 365. Τα k άτομα με κοινή ημέρα γενεθλίων μπορεί να είναι οποιαδήποτε, κατά $\binom{n}{k}$ τρόπους. Τα υπόλοιπα $n-k$ μπορεί να έχουν διαφορετικές ημερομηνίες γέννησης (μεταξύ τους και από τους άλλους k) κατά $(364)_{(n-k)}$ τρόπους (οι διατάξεις των 364 ανά $n-k$). Άρα η πιθανότητα είναι $\dfrac{365 \cdot \binom{n}{k}(364)_{n-k}}{365^n}$