

Θεωρία Πιθανοτήτων Ι - Ασκήσεις 2 - Νοέμβριος 2017

1. Η τ.μ. X έχει συνάρτηση κατανομής F με τύπο $F(x)=0$ αν $x < -1$, $F(x)=1/3$ αν $-1 \leq x < 0$, $F(x)=2/3$ αν $0 \leq x < 1$ και $F(x)=1$ αν $x \geq 1$.
Να βρεθεί το σύνολο τιμών της X και η συνάρτηση πιθανότητας f .

2. Ζεύγος (τέξεων) ζαριών ρίχνεται μια φορά. Έστω X η τ.μ. που παριστάνει το άθροισμα των δύο ενδείξεων. Να βρεθούν η συνάρτηση πιθανότητας f και η συνάρτηση κατανομής F . Να γίνει γραφική παράσταση της F .

3. Από το δυναμοσύνολο του $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ επιλέγεται τυχαία ένα υποσύνολο. Έστω X η τ.μ. που παριστάνει τον πληθυσμό αυτού του υποσυνόλου. Να βρεθούν η συνάρτηση πιθανότητας f και η συνάρτηση κατανομής F της τ.μ. X .

4. Η τ.μ. X έχει σύνολο τιμών $S_X = \{0, 1, 2, \dots\}$ και ισχύει $P(X > x) = p^{x+1}$ για κάθε $x \in S_X$, όπου p σταθερά, $0 < p < 1$. Να δείχθούν τα εξής.

α. $F(x) = 1 - p^{x+1}$, $x \in S_X$

β. $f(x) = P(X=x) = (1-p)p^x$, $x \in S_X$

γ. Η πιθανότητα η τ.μ. X να πάρει άρτια τιμή είναι ίση με $\frac{1}{1+p}$.

5. Να βρεθεί η τιμή της σταθεράς c έτσι ώστε η

$$f(x) = c(x+5), \quad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

να είναι συνάρτηση πιθανότητας μιας τ.μ. X . Να υπολογιστεί η συνάρτηση κατανομής της X και να γίνει η γραφική παράστασή της.