Θεωρία Πιθανοτήτων Ι - Ασκήσεις 1111+ - Νοέμβριος 2018

1. α. Σε ένα ράφι τοποθετούνται τυχαία 5 βιβλία Μαθηματικών, 3 Βιολογίας, 4 Χημείας και 2 Φυσικής. Ποια είναι η πιθανότητα όλα τα βιβλία Μαθηματικών να τοποθετηθούν μαζί; (Όλα τα βιβλία είναι διαφορετικά μεταξύ τους.)
   β. Θεωρούμε ρίψη ζεύγους ζαριών μια φορά. Ποια είναι η πιθανότητα το άθροισμα των ενδείξεων να είναι 5, δοθέντος ότι οι δύο ενδείξεις είναι διαφορετικές;

2. α. Αν $P(A)=0.2$, $P(B)=0.3$ και τα A, B είναι ανεξάρτητα, να υπολογιστούν οι πιθανότητες να πραγματοποιηθεί: (1) τουλάχιστον ένα εκ των A, B, (2) κανένα, (3) το A αλλά όχι το B, (4) ακριβώς ένα.
   β. Αν $P(A)=1/4$, $P(B|A)=1/3$, $P(A|B)=1/2$, να υπολογιστεί $P(A^c \cap B^c)$.

3. Αν A_n, $n=1,2,\ldots$ είναι ακολουθία ενδεχομένων σε ένα χ.π. $(S, \mathcal{A}, P)$ να δειχθεί ότι $P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) \leq \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$.

4. (The Monty Hall problem) Παρουσιαστής τηλεπαιχνιδιού (ο Monty Hall) ζητάει από τον παίκτη να επιλέξει μια από 3 πόρτες Α, Β, Γ. Πίσω από μια εξ αυτών υπάρχει ένα ("μεγάλο") δώρο, ενώ πίσω από τις άλλες δύο τίποτε. Ο παίκτης επιλέγει την πόρτα Γ. Ο παρουσιαστής, που γνωρίζει ποια πόρτα έχει το δώρο, ανοίγει την πόρτα Β (επιβεβαιώνοντας ότι η Β δεν έχει το δώρο) και δίνει τη δυνατότητα στον παίκτη να αλλάξει πόρτα, δηλαδή να επιλέξει την Α. Τι πρέπει να κάνει ο παίκτης, να αλλάξει επιλογή ή να επιμείνει στην Γ;