

Θεωρία Πιθανοτήτων Ι - Τμήμα Β - Οκτώβριος 2017
Ασκήσεις 111

1. α. Αν $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/3$ και $P(A \cap B) = 1/4$, να υπολογιστεί
η $P(B^c | A^c)$.
β. Αν $P(A) > 0$ και $P(B) > 0$, να δείξει ότι $P(A|B) > P(A)$ αν και μόνο
αν $P(B|A) > P(B)$.

2. 52% των φοιτητών ενός Πανεπιστημίου είναι κορίτσια. 5% των φοιτητών
σπουδάζουν Πληροφορική. 2% των φοιτητών είναι κορίτσια που σπουδάζουν
Πληροφορική. Να βρεθούν α) τι ποσοστό των φοιτητών Πληροφορικής εί-
ναι κορίτσια. β) τι ποσοστό των κοριτσιών είναι φοιτήτριες Πληροφορικής.
(ορισμός δεσμευμένης πιθανότητας)

3. Πομπός εκπέμπει τα σήματα 0 και 1 σε αναλογία 1 προς 2. Ένας δέκτης
των σημάτων αυτών λαμβάνει λανθασμένο σήμα σε 2% των περιπτώσεων και
ένας δεύτερος δέκτης λαμβάνει λανθασμένο σήμα σε 3% των περιπτώσεων.
Ένα σήμα (0 ή 1) ^{το ίδιο} αποστέλλεται από τον πομπό προς δύο δέκτες (χωρίς
να είναι γνωστό αν είναι 0 ή 1. Ο πρώτος δέκτης έλαβε το σήμα 0, ενώ
ο δεύτερος έλαβε το σήμα 1. Ποιον από τους δύο δέκτες πρέπει να εμπιστευ-
θούμε; (σε των υστέρων πιθανότητα) (Να συγκεκριθούν οι πιθανότητες:
 $P(\text{σήμα 0 από τον πομπό} | \text{πρώτος δέκτης έλαβε 0})$ και $P(\text{σήμα 1 από τον πομπό} | \text{δεύτερος δέκτης έλαβε 1})$)

4. 40% ενός πληθυσμού είναι καπνιστές. 50% των καπνιστών πάσχουν από
αναπνευστικά προβλήματα. 10% των μη καπνιστών πάσχουν από αναπνευσ-
τικά προβλήματα. Τι ποσοστό των ατόμων με αναπνευστικά προβλήματα είναι
καπνιστές; (σε των υστέρων πιθανότητα)

5. Αν $B_1, \dots, B_n$, $n \geq 2$, είναι ^{ξένα ενδεχόμενα} του δειγματικού χώρου με $P(B_i) > 0$,
 $\forall i = 1, \dots, n$ και $P(A|B_i) = p$, $\forall i = 1, \dots, n$, να δείξει ότι $P(A|B) = p$,
όπου $B = \bigcup_{i=1}^n B_i$. (ορισμός δεσμευμένης πιθανότητας)