

Θεωρία Πιθανοτήτων Ι - Τμήμα Α - Ασκήσεις #000 - Οκτώβριος 2015

1. Να δειχθούν οι σχέσεις

α.  $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n2^{n-1}, n=1,2,\dots$

β.  $\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k} = n(n+1)2^{n-2}, n=2,3,\dots$

2. Θεωρούμε το σύνολο  $A=\{1,2,3,\dots,24\}$ . Πόσα υποσύνολα του A

α. περιέχουν άρτιο πλήθος στοιχείων?

β. έχουν πληθάρημο που διαιρείται με το 3?

γ. έχουν πληθάρημο που διαιρείται με το 3 ή με το 4 αλλά όχι με το 3 και το 4?

δ. έχουν μέγιστο στοιχείο το 5?

3. Πόσες "λέξεις" μπορούν να σχηματιστούν με αναγραμματισμό της λέξης ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ ?

4. Οι 6 έδρες ενός ζαριού συμβολίζονται με τους αριθμούς 1,2,3,4,5,6. Θεωρούμε 36 ρίψεις του ζαριού και ορίζουμε ως αποτέλεσμα αυτών των ρίψεων την διατεταγμένη 3βάδα με στοιχεία τους αριθμούς 1,2,3,4,5,6.

α. Πόσα αποτελέσματα υπάρχουν?

β. Πόσα αποτελέσματα περιέχουν 6 φορές καθέναν από τους αριθμούς 1,2,3,4,5,6?

γ. Πόσα αποτελέσματα περιέχουν ακριβώς 8 φορές τον αριθμό 1?

δ. Πόσα αποτελέσματα περιέχουν ακριβώς 8 φορές τον αριθμό 1 και ακριβώς 8 φορές τον αριθμό 6?