

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ
Στοχαστικά Μοντέλα

Δ.Π.Μ.Σ. «Μαθηματικά των Υπολογιστών και των Αποφάσεων»

- **Διαλέξεις:** Παρασκευή 11:00-13:00 (Αίθουσα B/M 235)
- **Έναρξη μαθημάτων:** Παρασκευή 05/10/2018.
- **Διδάσκων:** Ιωάννης Δημητρίου (idimit@math.upatras.gr)
- **Ώρες γραφείου:** B/M 232, Δευτέρα 11:00-13:00.
- *Βασικά συγγράμματα στη θεωρία ουρών:*
 1. Gross, D. & Harris, C.M. (1985). Fundamentals of Queueing Theory, Wiley, NY.
 2. Kleinrock, L. (1975). Queueing Systems, Theory, vol. 1, Wiley, New York.
 3. Medhi, J. (2003). Stochastic Models in Queueing Theory, Academic Press, NY.
- *Βασικά συγγράμματα στις Μαρκοβιανές διαδικασίες αποφάσεων:*
 1. White, D.J. (1993). Markov decision processes, John Wiley & Sons, Chichester, UK.
 2. Hillier, F., Libermann, G. (2001). Introduction to Operations Research, 7th Edition, McGraw-Hill.
- *Βασικό σύγγραμμα στον έλεγχο αποθεμάτων:*
 1. Hillier, F., Libermann, G. (2001). Introduction to Operations Research, 7th Edition, McGraw-Hill.
- *Βασικό σύγγραμμα στην θεωρία χρεοκοπίας:*
 1. Asmussen, S., Albrecher, H. (2010). Ruin probabilities, 2nd edition, World Scientific, Singapore.

1 Περίληψη

Στην παρούσα ενότητα θα μελετηθούν βασικά μαθηματικά πρότυπα της στοχαστικής επιχειρησιακής έρευνας. Συγκεκριμένα, θα μελετηθούν βασικά μοντέλα της θεωρίας ουρών αναμονής, Μαρκοβιανές διαδικασίες αποφάσεων, μοντέλα ελέγχου αποθεμάτων, πληθυσμιακά μοντέλα και μια εισαγωγή στη θεωρία χρεοκοπίας.

Μια ουρά αναμονής ή ισοδύναμα ένα σύστημα εξυπηρέτησης είναι ένα μαθηματικό πρότυπο για τη μοντελοποίηση ενός πραγματικού συστήματος εισόδου - εξόδου μονάδων (πελατών) στο οποίο υπεισέρχεται τυχαιότητα. Τυπικά παραδείγματα ουρών αναμονής παρουσιάζονται στην αποτίμηση απόδοσης τοπικών δικτύων υπολογιστών, σε τηλεπικοινωνιακά δίκτυα, σε τηλεφωνικά κέντρα εξυπηρέτησης πελατών, το διαδίκτυο καθώς και σε γραμμές παραγωγής μιας βιομηχανικής μονάδας, συγκοινωνιακά δίκτυα κλπ. Στόχος της θεωρίας των ουρών αναμονής είναι η ποσοτική περιγραφή τέτοιων συστημάτων και ο βέλτιστος σχεδιασμός τους.

Τα συστήματα αναμονής μπορούν να μοντελοποιηθούν ως μια Μαρκοβιανή διαδικασία συνεχούς ή διακριτού χρόνου. Η μελέτη αυτής οδηγεί στην ανάλυση της απόδοσης του συστήματος. Πολλές φορές όμως είναι προτιμότερο να σχεδιάσεις την λειτουργία του συστήματος και μετά να βελτιστοποιήσεις τη

λειτουργία του. Κοντολογίς, είναι καλύτερα να σχεδιάσεις την λειτουργία της Μαρκοβιανής διαδικασίας και έπειτα να βελτιστοποιήσεις την επίδοσή της (δηλ. την επίδοση του συστήματος που περιγράφει). Σε αυτή την κατεύθυνση, για κάθε κατάσταση της διαδικασίας υπάρχει ένα σύνολο εναλλακτικών αποφάσεων. Η κάθε απόφαση έχει επίδραση στις πιθανότητες μετάβασης όπως και στο κέρδος/κόστος από την πλευρά της απόδοσης του συστήματος. Οι Μαρκοβιανές διαδικασίες αποφάσεων παρέχουν βέλτιστες πολιτικές λήψης απόφασης για κάθε κατάσταση.

Η διαχείριση των αποθεμάτων αποτελεί μια σημαντική ευθύνη για τη διοίκηση ενός παραγωγικού συστήματος. Ως απόθεμα θεωρείται η ποσότητα οποιοδήποτε οικονομικού αγαθού, υλικού ή όχι, εισάγεται στο σύστημα και υπερβαίνει την ποσότητα του αγαθού αυτό που εξάγεται από το σύστημα. Η δημιουργία αποθεμάτων μπορεί είτε να είναι σχεδιασμένη με σκοπό να εξομαλύνει τις παρουσιαζόμενες διαφορές μεταξύ της προσφοράς και της ζήτησης του αγαθού είτε αποτέλεσμα διαφόρων παραγόντων όπως κακός προγραμματισμός ή έκτακτα φαινόμενα. Η αναγκαιότητα ύπαρξης του αποθέματος οφείλεται κυρίως στην αβεβαιότητα αναφορικά με την προσφορά και τη ζήτηση του αγαθού για την κάλυψη των εκάστοτε αναγκών. Ο έλεγχος των αποθεμάτων (inventory control) είναι ένα σύνολο τεχνικών που σκοπό έχει να παρακολουθεί την αποθηκευμένη ποσότητα του αγαθού και να λαμβάνει τις σχετικές αποφάσεις όπως πότε και σε τι ποσότητα θα πρέπει να παραγγελθεί το υλικό κ.α.. Στην εν λόγω ενότητα θα επικεντρωθούμε στην περίπτωση όπου η ζήτηση του αποθέματος καθώς και ο χρόνος εκτέλεσης μιας παραγγελίας είναι τυχαίες μεταβλητές.

Μια από τις κυριότερες εφαρμογές της στοχαστικής επιχειρησιακής έρευνας συναντάται στην μοντελοποίηση πληθυσμιακών καταστάσεων. Δηλαδή παρέχει μαθηματικά πρότυπα περιγραφής οικολογικών αντιπαραθέσεων μεταξύ «πληθυσμών» που αναπτύσσονται στο ίδιο περιβάλλον καθώς και πρότυπα περιγραφής και ανάπτυξης επιδημιών.

Τέλος, θα παρουσιαστούν βασικά μοντέλα της θεωρίας χρεοκοπίας που αποτελεί ένα κλάδο της αναλογιστικής επιστήμης που μελετά την φερεγγυότητα μιας ασφαλιστικής εταιρίας βασιζόμενη σε μαθηματικά μοντέλα του πλεονάσματος.

2 Περιεχόμενα

1. Στοιχεία στοχαστικών διαδικασιών, υπολογισμός στάσιμων χαρακτηριστικών.
2. **Θεωρία ουρών αναμονής.** Μαρκοβιανά συστήματα ($M/M/1$, $M/M/m/k$, $M/M/\infty$, Συστήματα πεπερασμένης πηγής, συστήματα με ομαδικές αφίξεις - εξυπηρετήσεις, $M/M/1$ με επαναλαμβανόμενες αφίξεις πελατών), υπολογισμός χρονικά εξαρτημένης και στάσιμης κατανομή του αριθμού των πελατών. Μη Μαρκοβιανά συστήματα (συστήματα *Erlang*, $M/G/1$). Δίκτυα ουρών αναμονής (*Jackson*).
3. **Μαρκοβιανές διαδικασίες αποφάσεων.**
4. **Διαχείριση αποθεμάτων:** Ντετερμινιστικό Σύστημα Σταθερής Ποσότητας Παραγγελίας, Ντετερμινιστικό Σύστημα Σταθερής Ποσότητας Παραγγελίας με Εκπτώσεις, Σύστημα Σταθερής Ποσότητας Παραγγελίας με Αβέβαιη ζήτηση. Σύστημα Σταθερής Περιόδου Παραγγελίας με Αβέβαιη Ζήτηση.
5. **Πληθυσμιακά μοντέλα:** Μοντέλα *Volterra*, *Lanchester*, βασικά επιδημιολογικά μοντέλα.
6. **Εισαγωγή στη θεωρία χρεοκοπίας:** Μοντέλα Cramer-Lundberg, Gerber-Shiu.