

Στατιστική Συμπερασματολογία II - Ασκήσεις VIII

#1. Δίνεται τ.δ. $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$ από την κανονική κατανομή $N(\theta, 1)$. Θεωρούμε το πρόβλημα $H_0: \theta = \theta_0$ κατά $H_1: \theta = \theta_1$, ($\theta_1 > \theta_0$).

α. Να κατασκευαστεί ο έλεγχος Bayes με εκ των προτέρων κατανομή $\pi_0 = \pi_1 = 1/2$.

β. Να δείχθεί ότι ο έλεγχος του ερωτήματος α είναι minimax .

#2. Δίνεται τ.δ. $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$ από την κανονική κατανομή

$N(0, \theta^2)$, $\theta > 0$. Θεωρούμε το πρόβλημα $H_0: \theta = \theta_0$ κατά $H_1: \theta = \theta_1$, ($\theta_1 < \theta_0$).

α. Να κατασκευαστεί ο έλεγχος minimax Bayes, ως προς $\pi_0 = \pi_1 = 1/2$.

β. Να κατασκευαστεί ο έλεγχος minimax .

#3. Δίνονται ανεξάρτητες παρατηρήσεις $X_i \sim N(\theta + i, 1)$, $i = 1, \dots, n$.

Θεωρούμε το πρόβλημα $H_0: \theta = 0$ ^{κατά} $H_1: \theta = 1$.

α. Να κατασκευαστεί ο έλεγχος Bayes ως προς την εκ των προτέρων κοπαινομή $\pi_0 = 1/3$, $\pi_1 = 2/3$.

β. Να κατασκευαστεί ο έλεγχος minimax .

γ. Να δοθεί η ισχύς του ελέγχου minimax μέσω της γνωστής κατανομής της $N(0, 1)$.

4. Δίνεται τ.δ. $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$ από την εκθετική κατανομή $E(\theta)$.

Να κατασκευαστεί ο έλεγχος minimax για το πρόβλημα $H_0: \theta = 1$ κατά $H_1: \theta = 2$.

5. Σε όλες τις παραπάνω ασκήσεις, να βρεθεί ο έλεγχος Bayes όταν η γνωστή loss (ποινής) είναι $0 - l_0 - l_1$.