

Στατιστική Συμπερασματολογία II - Ασκήσεις VII

#1. Τυχούο δείγμα 10 παρατηρήσεων στο $(0,1)$ έδωσε τις εξής τιμές:

0.54, 0.72, 0.85, 0.41, 0.22, 0.67, 0.78, 0.90, 0.64, 0.95.

Να ελεγχθεί η υπόθεση ότι το δείγμα προέρχεται από την κατανομή με πυκνότητα $f(x)=2x, 0 < x < 1$, ($\alpha = 10\%$), χρησιμοποιώντας KS test.

#2. Τα παρακάτω δεδομένα καταγράφουν τις χρονικές στιγμές αφίξης αδικών λεωφορείων συγκεκριμένης γραμμής σε συγκεκριμένη στάση μεταξύ 11.00 - 12.00 :
11:00, 11:06, 11:18, 11:21, 11:31, 11:33, 11:38, 11:45, 11:56. Υπό ορισμένες συνθήκες, οι χρόνοι μεταξύ δύο διαδοχικών αφίξεων (γενικότερα μεταξύ δύο διαδοχικών εμφανίσεων/πραγματοποιήσεων ενός γεγονότος) μπορούν να μοντελοποιηθούν από την εκθετική κατανομή. Στοι συγκεκριμένα δεδομένα, ο μέσος χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών αφίξεων είναι 7'. Να ελεγχθεί η υπόθεση εκθετικής κατανομής με μέση τιμή 7, ($\alpha = 5\%$), χρησιμοποιώντας KS test.

3. Ο παρακάτω πίνακας ανοιγέρεται στο βάρος (gr) 23 πειραματόζων ενός ερχοιότηριου:

356.4	362.5	394.7	356.0	387.6	305.1	383.2
385.1	346.6	314.2	394.8	370.7	370.8	434.2
365.2	377.1	365.9	384.4	297.4	404.3	412.0
349.1	344.5					

Να ελεγχθεί η υπόθεση κανονικότητας των βαρών, $N(\mu, \sigma^2)$ με $\mu = 370.6$ και $\sigma^2 = 29.1^2$, ($\alpha = 1\%$), χρησιμοποιώντας KS test.

4. Αν D_n είναι η σ.σ. του KS test, να δείχθεί ότι $D_n \geq \frac{1}{2n} \quad \forall n=1,2,\dots$
(Υπόδειξη: $\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{i}{n} - t_i + t_i - \frac{i-1}{n} \right\} = ?$)

5. Αν D_n είναι η σ.σ. του KS test, να δείχθεί ότι η συνάρτηση κατανομής της

D_1 , υπό των $H_0: F=F_0$, δίνεται από τη σχέση

$$P(D_1 \leq \frac{1}{2n} t) = \begin{cases} 0, & t \leq 1/2 \\ 2t-1, & 1/2 < t < 1 \\ 1, & t \geq 1. \end{cases}$$