

Οι #4, #3, #5, #6, #8 έχουν χυθεί στην τράχη.

#1. α. $p =$ πιθανότητα διπλού 6 σε μια ρίψη $= 1/36$.

$X =$ αριθμός των διπλών 6 σε 360 ρίψεις, $X \sim B(n=360, p=1/36)$

Ζητάμε $EX = np = 360 \cdot 1/36 = 10$.

β. $p =$ πιθανότητα το άθροισμα είναι 7 $= 6/36 = 1/6$

$X =$ αριθμός των ρίψεων μέχρι την 1^η εμφάνιση αθροίσματος 7

$Y =$ -11- -11- -11- -11- 3^η -11- -11-

$X \sim \text{Geo}(p=1/6)$, $Y \sim \text{Pa}(r=3, p=1/6)$, ζητάμε $EX = 1/p = 6$

$EY = r/p = 3 \cdot 6 = 18$.

#2. α. $p =$ πιθανότητα εμφάνισης 6 σε μια ρίψη $= 1/6$.

$X =$ αριθμός ρίψεων μέχρι την 1^η εμφάνιση 6, $X \sim \text{Geo}(p=1/6)$.

Ζητάμε $EX = 1/p = 6$.

β. $p =$ πιθανότητα εμφάνισης 5 ή 6 σε μια ρίψη $= 2/6 = 1/3$.

$Y =$ αριθμός ρίψεων μέχρι την 1^η εμφάνιση 5 ή 6, $Y \sim \text{Geo}(p=1/3)$.

Ζητάμε $EY = 1/p = 3$.

#7. $X =$ διάρκεια ζωής, $X \sim E(\lambda)$ και $EX = \mu$. Άρα $1/\lambda = \mu$ ή $\lambda = 1/\mu$

και η πυκνότητα της X είναι $f(x) = \frac{1}{\mu} e^{-x/\mu}$, $x \geq 0$. Ορίσουμε $Y =$ αριθμός

των μονάδων (μεταξύ των n) που έχουν πάει βλάβη, $Y \sim B(n, p)$, $p =$

$P(\text{"Επιτυχία"}) = P(\text{βλάβη}) = P(X \leq t) = F(t) = 1 - e^{-t/\mu}$.

Η αποβή του τεχνικού (σε έναν έλεγχο) είναι: (βλάβη $\Leftrightarrow X \leq t$)

$W = \begin{cases} \beta, & \text{αν } Y = 0 \\ \alpha Y, & \text{αν } Y = 1, 2, \dots, n \end{cases}$. Ζητάμε $E(W) = \sum_{\omega} \omega P(W=\omega) =$

$= \beta P(W=\beta) + \alpha P(W=\alpha) + 2\alpha P(W=2\alpha) + \dots + n\alpha P(W=n\alpha) =$

$= \beta P(Y=0) + \alpha P(Y=1) + 2\alpha P(Y=2) + \dots + n\alpha P(Y=n) = \beta P(Y=0) +$

$\alpha \sum_{y=1}^n y P(Y=y) = \beta P(Y=0) + \alpha \sum_{y=0}^n y P(Y=y) = \beta P(Y=0) + \alpha EY$

$= \beta (1-p)^n + \alpha (np) = \beta (1-p)^n + n\alpha p$. (όπου $p = 1 - e^{-t/\mu}$).