# Θεωρία Πιθανοτήτων Ι - Λύσεις Ασκήσεων 11

Οι ασκήσεις 1, , 4, , 6, 7, 8, 9 έχουν λυθεί στην τάξη.

6.

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα: $A$ = σταματά στο φανάρι $A$ και $B$ = σταματά στο $B$. Έχουμε, $P(A)=0.40$, $P(B)=0.30$, $P(A^c \cap B^c)=0.50$, (κατ' εκτίμηση). (α). Τότε, $P$(σταματά αύριο σε τουλάχιστον ένα φανάρι) = $P(A \cup B)$ = $1 - P$(δεν σταματά σε κανένα) $= 1 - P(A^c \cap B^c) = 1 - 0.50 = 0.50$.

(β). $P$(σταματά ακριβώς σε ένα εκ των $A$ και $B$) $= P((A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)) = P(A \cap B^c) + P(B \cap A^c) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - \underset{\text{ξένα}}{2} \cdot P(A \cap B)$. Αρκεί λοιπόν να υπολογιστεί $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$ $= P(A) + P(B) - P$(σταματά τουλάχιστον σε ένα εκ των $A$ και $B$) $=$

$= 0.40 + 0.30 - 0.50 = 0.20$.

10. Εφαρμογή του τύπου του Laplace $P(A) = \dfrac{\text{αριθμός ευνοϊκών αποτελεσμάτων}}{\text{αριθμός δυνατών αποτελεσμάτων}}$

Ο παρανομαστής είναι $\binom{52}{5}$

α. (ζεύγος) καρτες της μορφής $aabcd$ : ευνοϊκά αποτελέσματα $\binom{13}{1}\binom{4}{2}\binom{12}{3}\binom{4}{1}\binom{4}{1}\binom{4}{1}$

β. (δύο ζεύγη) καρτες της μορφής $aabbc$ : ευνοϊκά -"- $\binom{13}{2}\binom{4}{2}\binom{4}{2}\cdot\binom{44}{1}$

γ. (τρία όμοια) καρτες της μορφής $aaabc$ : -"- $\binom{13}{1}\binom{4}{3}\binom{12}{2}\binom{4}{1}\binom{4}{1}$

δ. ("καρέ") καρτες της μορφής $aaaab$ : -"- $\binom{13}{1}\binom{4}{4}\cdot\binom{48}{1}$

ε. ("χαμηλά") 5 σπαθιά ή 5 καρό ή 5 κούπες ή 5 μπαστούνια : -"- $4\binom{13}{5}$

2. α. Αν ήταν ξένα, τότε $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1.1$, άτοπο.

β. $A \cap B \subset A$, άρα $P(A \cap B) \le P(A) = 0.4$, $P(A \cap B) \ge P(A) + P(B) - 1 = 0.1$

3. $B \subset \Gamma \Rightarrow B^c \supset \Gamma^c$, οπότε $B^c \cup \Gamma^c = B^c$. Επομένως, $P(A \cup B^c \cup \Gamma^c) =$

$= P(A \cup B^c) = P(A) + P(B^c) - P(A \cap B^c) = 0.6 + (1 - 0.3) - 0.4 = 0.9$

5. α. Τα ενδεχόμενα του 1ου μέλους είναι ξένα μεταξύ τους, άρα το 1ο μέλος είναι ίσο προς $P((A^c \cap B \cap \Gamma) \cup (A \cap B^c \cap \Gamma) \cup (A \cap B \cap \Gamma^c))$. Η ένωση των τριών ενδεχομένων εντός των παρενθέσεων είναι υποσύνολο του $A^c \cup B^c \cup \Gamma^c$, άρα έχει πιθανότητα το πολύ ίση προς αυτήν του $A^c \cup B^c \cup \Gamma^c$.

β. Όπως το (α) (η προκύπτει από το (α) με $A^c$, $B^c$, $\Gamma^c$ στη θέση των $A, B, \Gamma$)