

Θεωρία Πιθανοτήτων I - Λύσεις Ασκήσεων 1

1. α. Τα ευνοϊκά αποτελέσματα είναι $6!$. Τα δυνατά αποτελέσματα είναι 6^6 . Η πιθανότητα κάθε έδρα να εμφανιστεί ακριβώς μια φορά είναι $6!/6^6$.

β. Τα ευνοϊκά αποτελέσματα είναι 5^6 . Τα δυνατά, όπως στο (α). Άρα η πιθανότητα να μην εμφανιστεί το 3 είναι $5^6/6^6$.

γ. Τα ευνοϊκά αποτελέσματα είναι $\binom{6}{3} \cdot 5^3$ (το 3 σε τρεις από τις 6 ρίψεις και οποιαδήποτε από τις άλλες 5 έδρες στις υπόλοιπες τρεις ρίψεις). Άρα η πιθανότητα να εμφανιστεί το 3 ακριβώς τρεις φορές είναι $\binom{6}{3} \cdot 5^3/6^6$.

3. α. Τα υποσύνολα του $\{1, 2, \dots, n\}$ είναι 2^n . Άρα καθεμία έχει πιθανότητα επιτυχίας $1/2^n$.

β. Ένα υποσύνολο που περιέχει το 3 έχει τη μορφή $\{3\} \cup B$, όπου $B \subset \{1, 2, 4, \dots, n\}$. Υπάρχουν 2^{n-1} τέτοια υποσύνολα B . Άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι $2^{n-1}/2^n = 1/2$.

γ. Υπάρχουν $\binom{n}{3}$ υποσύνολα τριών στοιχείων του $\{1, 2, \dots, n\}$. Άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι $\binom{n}{3}/2^n$.

δ. Ένα υποσύνολο με ελάχιστο στοιχείο το 3 έχει τη μορφή $\{3\} \cup \Gamma$, όπου $\Gamma \subset \{4, 5, \dots, n\}$. Υπάρχουν 2^{n-3} τέτοια υποσύνολα Γ . Άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι $2^{n-3}/2^n = 1/8$.

2. α. Τα ευνοϊκά αποτελέσματα είναι $12!/(2!)^6$. Άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι $(12!/2^6)/6^{12} = 12!/(2^6 \cdot 6^{12})$.

β. Τα ευνοϊκά αποτελέσματα είναι $\binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot 4^4$ (το 1 σε 4 ρίψεις και το 2 σε 4 από τις υπόλοιπες 8 ρίψεις και οποιαδήποτε από τις υπόλοιπες τέσσερις έδρες στις υπόλοιπες 4 ρίψεις). Άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι $\binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot 4^4 / 6^{12}$.

4, 5. Έχουν χυθεί στην τσίφη.