

Θεωρία Πιθανοτήτων I - Λύσεις Ασκήσεων 2

1. Η τ.μ. X είναι διακριτή με σύνολο τιμών $\{-1, 0, 1\}$ και συνάρτηση πιθανότητας $f(x) = P(X=x) = \frac{1}{3}$ για $x = -1, 0, 1$.

2. Η τ.μ. X είναι διακριτή με σύνολο τιμών $S_X = \{2, 3, 4, \dots, 11, 12\}$. Η συνάρτηση πιθανότητας είναι $f(x) = P(X=x)$, $x \in S_X$.

$$f(2) = P(\text{αθροισμα } 2) = P(\text{και οι δύο ενδείξεις } 1) = \frac{1}{36},$$

$$f(3) = P(\text{αθροισμα } 3) = P(\{(2,1), (1,2)\}) = \frac{2}{36},$$

$$f(4) = P(\text{αθροισμα } 4) = P(\{(3,1), (1,3), (2,2)\}) = \frac{3}{36},$$

$$f(5) = P(\text{αθροισμα } 5) = P(\{(4,1), (1,4), (3,2), (2,3)\}) = \frac{4}{36}.$$

$$\text{Παρόμοια, } f(6) = \frac{5}{36}, f(7) = \frac{6}{36}, f(8) = \frac{5}{36}, f(9) = \frac{4}{36}, f(10) = \frac{3}{36}, f(11) = \frac{2}{36}, f(12) = \frac{1}{36}.$$

Η συνάρτηση κατανομής $F(x) = P(X \leq x)$, $x \in \mathbb{R}$ δίνεται (για διακριτές τ.μ.) από τη σχέση $F(x) = \sum_{y \leq x} f(y)$, $x \in \mathbb{R}$. Επομένως, εφαρμόζοντας τον τελευταίο τύπο, βεβαιούμε

$$F(x) = 0 \text{ για } x < 2, \quad F(x) = \frac{1}{36} \text{ για } 2 \leq x < 3, \quad F(x) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} = \frac{3}{36}$$

$$\text{για } 3 \leq x < 4, \quad F(x) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} = \frac{6}{36} \text{ για } 4 \leq x < 5,$$

$$F(x) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} = \frac{10}{36} \text{ για } 5 \leq x < 6,$$

$$F(x) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} = \frac{15}{36} \text{ για } 6 \leq x < 7,$$

$$F(x) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{6}{36} = \frac{21}{36} \text{ για } 7 \leq x < 8,$$

$$F(x) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{6}{36} + \frac{5}{36} = \frac{26}{36} \text{ για } 8 \leq x < 9,$$

$$F(x) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{6}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} = \frac{30}{36} \text{ για } 9 \leq x < 10,$$

$$F(x) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{6}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36} = \frac{33}{36} \text{ για } 10 \leq x < 11,$$

$$F(x) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{6}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} = \frac{35}{36} \text{ για } 11 \leq x < 12,$$

$$F(x) = 1, \quad x \geq 12.$$

3. Η τ.μ. X είναι διακριτή με σύνολο τιμών $S_X = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$ και συνάρτηση πιθανότητας $f(x) = P(X=x) = P(\text{πληθαιριθμός} = x) = \frac{\binom{n}{x}}{2^n}$. (Ευνοϊκά αποτελέσματα: όλα τα υποσύνολα x στοιχείων)
(δυνατά αποτελέσματα: όλα τα υποσύνολα)

4. Λύθηκε στην τάξη