

Θεωρία Πιθανοτήτων I - Τμήμα Α – Ασκήσεις 1 – Οκτώβριος 2016

1. Θεωρούμε ρίψη (τέλειου) ζαριού 6 φορές. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων
 - α. κάθε έδρα να εμφανιστεί ακριβώς μία φορά.
 - β. να μην εμφανιστεί η έδρα 3.
 - γ. να εμφανιστεί η έδρα 3 ακριβώς τρεις φορές.
2. Θεωρούμε ρίψη (τέλειου) ζαριού 12 φορές. Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων
 - α. κάθε έδρα να εμφανιστεί ακριβώς δύο φορές.
 - β. να εμφανιστεί ακριβώς τέσσερις φορές η έδρα 1 και ακριβώς τέσσερις φορές η έδρα 2.
3. Από το δυναμοσύνολο (το σύνολο των υποσυνόλων) του συνόλου $\{1,2,3,\dots,n\}$, $n > 3$, επιλέγεται τυχαία ένα υποσύνολο. 'Όλα τα υποσύνολα έχουν την ίδια πιθανότητα επιλογής.
 - α. Να βρεθεί αυτή η πιθανότητα.
 - β. Να βρεθεί η πιθανότητα το υποσύνολο που επιλέγεται τυχαία να περιέχει το 3.
 - γ. Να βρεθεί η πιθανότητα το υποσύνολο που επιλέγεται τυχαία να περιέχει ακριβώς τρία στοιχεία.
 - δ. Να βρεθεί η πιθανότητα το υποσύνολο που επιλέγεται τυχαία να περιέχει ως ελάχιστο στοιχείο το 3.
4. (Το πρόβλημα των γενεθλίων) Σε μία ομάδα n ατόμων, να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων
 - α. όλα τα άτομα να έχουν διαφορετικά γενέθλια.
 - β. τουλάχιστον δύο άτομα να έχουν τα ίδια γενέθλια.

(Συμφωνούμε ότι ο χρόνος έχει 365 ημέρες, όλες ισοπίθανες ως γενέθλια.)
5. (Ιστορικό πρόβλημα : 17ος αιώνας, ο παίκτης Chevalier de Mere προς τους Pascal και Fermat) Σε ποιο από τα ακόλουθα δύο τυχερά παιχνίδια συμφέρει περισσότερο να στοιχηματίσει ένας (επαγγελματίας) παίκτης?

Παιχνίδι 1: ο παίκτης στοιχηματίζει στην εμφάνιση τουλάχιστον ενός 6 σε ρίψη (τέλειου) ζαριού τέσσερις φορές.

Παιχνίδι 2: ο παίκτης στοιχηματίζει στην εμφάνιση του λάχιστον ενός ζεύγους (6,6) σε 24 ρίψεις ενός ζεύγους (τέλειων) ζαριών.